This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Math 1008.59

HARVARD COLLEGE LIBRARY

BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787-1855)
OF BOSTON

FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION

SCIENCE CENTER LIBRARY

QUESTION DE PROBABILITÉ

RÉSOLUE PAR LA GÉOMÉTRIE.

ARGENTEUIL. — TYP. DE WORMS ET C

QUESTION

DE

PROBABILITÉ

RÉSOLUE PAR LA GÉOMÉTRIE

Par M. POUDRA,
Officier supérieur d'état-major, ancien professeur à l'école d'état-major

et M. HOSSARD,
lieutenant-colonel d'état-major, ancien professeur de géodésie
et d'astronomie à l'école polytechnique.

AVEC PLANCHE

PARIS
LIBRAIRIE MILITAIRE, MARITIME ET POLYTECHNIQUE
J. CORRÉARD
Libraire-éditeur, et libraire-commissionnaire,
RUE SAINT ANDRÉ-DES-ARTS, 58.

1859.

Droit de reproduction réservé.

Math 1008.59

HARVARD COLLEGE LIBRARY
DEGRAND FUND
Mar. 14, 1924 B

QUESTION DE PROBABILITÉ

RÉSOLUE PAR LA GÉOMÉTRIE.

Par MM. POUDRA et HOSSARD.

DÉTERMINATION DE LA POSITION LA PLUS PROBABLE D'UN POINT DE L'ESPACE OBSERVÉ DE PLUSIEURS STATIONS.

1er Lemme. La somme des carrés des distances de divers points de l'espace, à leur centre de gravité, est un mininum relativement à tout autre point. Ces points matériels étant regardés comme uniformément pesants.

Si plusieurs de ces points se réunissent en un seul, il en résultera le théorème suivant :

2e Lemme. — La somme des carrés des distances de divers points pesants de l'espace, à leur centre de gravité, multipliées par les poids respectifs de ces points, est un minimum.

C'est-à-dire que si nous désignons par m^2, m'^2, m''^2... les poids de ces divers points et par d, d',

d''... leurs distances respectives au centre de gravité commun, l'expression

$$m^2d^2 + m'^2d'^2 + m''^2d''^2 + \ldots$$

sera moindre que toute autre expression semblable prise relativement à un autre point de l'espace, autre que ce centre de gravité.

1er Problème. — Trouver, dans le plan d'un triangle donné A B C (fig. 1), un point o tel qui si on abaisse de ce point, les perpendiculaires oa, ob, oc, sur les côtés respectifs de ce triangle, l'expression

$$m^2.\overline{oa}^2 + n^2.\overline{ob}^2 + p^2.\overline{oc}^2$$

soit un minimum relativement à tout autre point du plan : m^2, n^2, p^2, étant des constantes arbitraires.

Si cette condition est satisfaite, o sera le centre de gravité des trois points a, b, c, ayant pour poids respectif, m^2, n^2, p^2.

Car, s'il n'en était pas ainsi, on obtiendrait

une somme moindre avec les carrés des distances du centre de gravité aux points a, b, c, et *à fortiori* avec les carrés des perpendiculaires sur les trois côtés du triangle.

Formons le petit triangle abc, il est évident alors que la droite bo prolongée, partage chaque élément du triangle abc, parallèle à la base ac, en deux parties inversement proportionnelles aux poids m^2 et p^2 de a et c, et par suite la surface du triangle boa est à celle du triangle boc comme $p^2 : m^2$. On a donc

$$\frac{\overline{oa}.\overline{ob}.\sin boa}{\overline{oc}.\overline{ob}.\sin boc} = \frac{\overline{oa}.\sin C}{\overline{oc}.\sin A} = \frac{\overline{oa}.\overline{AB}}{\overline{oc}.\overline{Bc}} = \frac{p^2}{m^2}$$

d'où

$$\frac{\quad}{oa \quad Bc} = \frac{\quad}{p^2}$$

connaissant ce rapport des perpendiculaires oc, oa, il sera facile de tracer la droite, partant de B et passant par o.

On aurait de même

$$\frac{ob}{oa} = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{m^2}{n^2} \qquad \frac{ob}{oc} = \frac{AC}{AB} \cdot \frac{p^2}{n^2}$$

qui serviront à construire les droites partant de C et A et se dirigeant vers le point o cherché.

Corollaire. Si $m = n = p$, alors on a

$$\frac{oc}{oa} = \frac{AB}{BC}, \quad \frac{ob}{oa} = \frac{AC}{BC}, \quad \frac{ob}{oc} = \frac{AC}{AB}$$

c'est-à-dire que, dans ce cas, les perpendiculaires abaissées du point o sur les côtés du triangle sont respectivement proportionnelles à ces côtés.

Il sera très-facile alors d'obtenir, par construction, la position du point o. On tracera des parallèles aux trois côtés du triangle à des distances respectivement proportionnelles aux longueurs de ces côtés, puis par les sommets du nouveau triangle formé avec ces droites et par les sommets correspondants du triangle primitif, on fera passer trois droites dont le point de concours sera le point cherché.

Si l'on joint le point o aux trois sommets du

triangle A B C et qu'on pose l'égalité entre la somme des surfaces des trois triangles ainsi formés et la surface totale, on trouvera

$$oa = \frac{a.b.c.\sin A.n^2p^2}{a^2n^2p^2 + b^2m^2p^2 + c^2m^2n^2} =$$

$$\frac{a \sin A.\sin B.\sin C.n^2p^2}{\sin^2 A.n^2p^2 + \sin^2 B.m^2p^2 + \sin^2 C.m^2n^2}$$

et pour $m^2 = n^2 = p^2$.

$$oa = \frac{a.b.c.\sin A}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{a \sin A.\sin B.\sin C}{\sin^2 A.\sin^2 B.\sin^2 C}$$

A, B, C, étant les angles du triangle et a, b, c, les côtés respectivement opposés.

2° Problème. — Un nombre quelconque de droites étant tracées sur un même plan, trouver, dans ce plan, le point pour lequel la somme des carrés des perpendiculaires abaissées de ce point sur chacune des droites est un minimum.

Si nous désignons par A, B, C, (fig. 2) les droites données, par o le point cherché et par $\overline{oa}$, $\overline{ob}$, $\overline{oc}$ les longueurs des perpendiculaires abaissées

de ce point o sur chacune de ces droites, l'expression

$$\overline{oa}^2 + \overline{ob}^2 + \overline{oc}^2 + \text{etc.},$$

doit être un minimum.

Par le point cherché, supposons tracée une droite o X rencontrant toutes les droites données, aux points m, m' m''... et soient α, β, γ... les angles de cette droite o X avec celle A, B, C... il est évident qu'on a

$$\overline{oa} = \overline{om}.\sin\alpha,\ \overline{ob} = \overline{om}.\sin\beta,\ \overline{oc} = \overline{om''}\sin\gamma.$$

donc $$\overline{oa}^2 + \overline{ob}^2 + \overline{oc}^2 + \cdots$$

$$= \overline{om}.^2 \sin\alpha + \overline{om'}^2 \sin^2\beta + \overline{om''} \sin^2\gamma + \text{etc...}$$

Or, si la première expression est un minimum, la deuxième doit l'être aussi; mais si

$$\overline{om}^2 \sin^2\alpha + \overline{om'}^2 \sin^2\beta + \overline{om''}^2 \sin^2\gamma + \text{etc..}$$

est un minimum, c'est que le point o sur o X est le centre de gravité des points m, m', m''... ayant pour poids respectifs $\sin^2\alpha$, $\sin^2\beta$, $\sin^2\gamma$.

D'après cette observation, le point *o* cherché est facile à déterminer. En effet, traçons deux droites parallèles rencontrant toutes les droites données et déterminons sur chacune d'elle le centre de gravité des points d'intersection de cette droite avec celles données, en donnant pour poids à chacun de ces points la valeur du sinus carré de l'angle de la droite donnée qui passe par ce point, avec cette transversale, il est évident que la droite qui joindra les deux centres de gravité ainsi déterminés, contiendra les centres de gravité déterminés de la même manière, de toutes les parallèles à ces deux transversales, donc cette droite doit contenir le point *o* cherché.

Un deuxième système de parallèles nous donnerait de même une deuxième droite contenant le point cherché, il serait donc à la commune intersection de ces deux droites.

Il sera encore plus simple de déterminer sur la première de ces deux droites, le centre de gravité des points où, elle-même, rencontre les droites données, en donnant à chacun de ces points, le poids représenté par le carré du sinus de l'angle de la droite donnée qui passe par le

point, avec cette première droite et qui doit déjà contenir le point cherché.

3e Problème. — Des divers points A, B, C... d'un plan, on observe un même point o de ce plan; déterminer la position la plus probable de ce point o (fig. 2).

Supposons que du point o cherché, on abaisse les perpendiculaires $\overline{oa}$, $\overline{ob}$, $\overline{oc}$, sur les droites Aa, Bb, Cc... données par l'observation, les erreurs de ces observations sont donc les angles aAo, bBo, cCo.

Donc le point cherché est celui pour lequel l'expression

$$\sin^2 oAa + \sin^2 oBb + \sin^2 oCc + \ldots = \frac{\overline{oa}^2}{oA^2} + \frac{\overline{ob}^2}{oB^2} + \frac{\overline{oc}^2}{oC^2} + \ldots$$

est un minimum.

Les distances oA, oB, oC... ne peuvent encore être connues que d'une manière approximative, mais les valeurs sont suffisamment exactes pour être employées dans le calcul.

Par le point cherché o, imaginons, comme dans le problème ci-dessus, une transversale oX rencontrant les droites données aux points m, m', m''... et soient α, β, γ, les angles de ces droites avec o X, il en résultera que l'expression

$$\frac{\overline{oa}^2}{oA^2}+\frac{\overline{ob}^2}{oB^2}+\frac{\overline{oc}^2}{oC^2}+\ldots$$
$$=\frac{om^2\sin^2\alpha}{oA^2}+\frac{om'^2\sin^2\beta}{oB^2}+\frac{om''^2\sin^2\gamma}{oC^2}+\ldots$$

doit être un minimum. Donc, le point o sur oX doit être le centre de gravité des points m, m', m''... ayant pour poids respectifs

$$\frac{\sin^2\alpha}{oA^2},\ \frac{\sin^2\beta}{oB^2},\ \frac{\sin^2\gamma}{oC^2}$$

On voit d'après cela que le point o se déterminera comme dans le problème précédent, avec cette seule différence que les poids des points seront seuls changés.

Si le nombre de directions observées se réduisait à trois; au lieu de la méthode générale qui vient d'être exposée, on ferait usage de celle

beaucoup plus simple qui est la conséquence des propriétés démontrées plus haut, problème 1er.

4e Problème. — On a maintenant une suite de droites situées dans l'espace, mais non plus dans un même plan ; on se propose de trouver le point o pour lequel la somme des carrés des perpendiculaires abaissées de ce point sur chacune de ces droites, est un minimum.

Par le point o supposé connu, imaginons un plan coupant toutes les droites données, désignées par A, B, C..., aux points m, m', m''... soient A′, B′, C′... la projection des droites A, B, C... sur ce plan. Appelons α, β, γ... les angles de chaque droite avec sa projection. Traçons par le point o et dans le plan une droite o X rencontrant toutes les droites A, B, C... aux points n, n', n''... Abaissons du point o, sur les droites A, B, C... les perpendiculaires $\overline{oa}$, $\overline{ob}$, $\overline{oc}$, et du même point sur les projections A′, B′, C′, de ces droites les perpendiculaires op, op', op''.

La question est donc de trouver ce point o pour lequel l'expression

$$\overline{oa}^2+\overline{ob}^2+\overline{oc}^2+\ldots$$

est un minimum, ou, par abréviation, que $\Sigma\, \overline{oa}^2$ soit un minimum.

Considérons seulement une droite A et sa projection A′, alors on voit que si $\overline{oa}$ est perpendiculaire à A et op à A′, il faut que ap soit perpendiculaire à A (fig. 3).

Les triangles rectangles oam, pam, opm donneront $\overline{oa}^2 = \overline{om}^2 - \overline{am}^2$ or $\overline{am}^2 = \overline{pm}.\cos\alpha$, donc $oa^2 = om^2 - pm^2.\cos^2\alpha$, mais $pm^2 = \overline{om}^2 - \overline{op}^2$, donc

$$oa^2 = om^2 - pm^2\cos^2 a = on^2(om^2 - \overline{cp}^2)\cos^2 a =$$
$$\overline{om}^2 \sin^2\alpha + \overline{op}^2 \cos^2\alpha$$

Désignons par θ, θ', θ'', les angles de oX avec les projections A′, B′, C′, des droites données. Le triangle rectangle opn donne $\overline{op} = \overline{on}\sin\theta$, donc $\overline{op}^2\cos^2\alpha = \overline{on}^2\cos^2\alpha\sin^2\theta$, substituant on a donc

$$\overline{oa}^2 = om^2\sin\alpha + \overline{on}\cos^2\alpha\sin^2\theta.$$

et par suite

$$\Sigma\,\overline{oa}^2 = \Sigma\,\overline{om}\sin^2\alpha + \Sigma\,\overline{on}\cos^2\alpha\sin^2\theta$$

or, puisque $\Sigma\,\overline{oa}^2$ doit être un minimum, il s'en suit que l'expression

$$\Sigma\,\overline{om}^2\sin\alpha\;\Sigma\,\overline{on}^2\cos^2\alpha\sin\theta$$

doit aussi être un minimum. Par conséquent le point o doit donc être le centre de gravité des points m ayant pour poids $\sin^2\alpha$... et des points n ayant pour poids $\cos^2\alpha\sin^2\theta$. Ainsi, comme ces points m et n sont déterminés, ainsi que leurs poids, leur centre commun de gravité o est donc connu.

Pour déterminer ce point o, nous couperons toutes les droites données par un plan quelconque, nous déterminons les points m, m', m''... d'intersection de ces droites et du plan. Nous projeterons ensuite toutes ces droites sur ce plan, et nous déterminerons les angles α, β, γ, de chacune de ces droites avec sa projection.

Nous déterminerons alors le centre de gravité o, des points m, m', ayant pour poids respectifs $\sin^2\alpha$ $\sin\beta$... Par ce point o, nous tracerons, dans

le plan, une droite oX rencontrant toutes les droites aux points $\underline{n}$, $\underline{n'}$, $\underline{n''}$, et nous déterminerons ensuite, sur cette droite o X, le centre de gravité o^2 des points n, n', n'', ayant pour poids respectifs $\underline{\cos^2\alpha.\sin^2\theta}$, $\underline{\cos^2\beta.\sin^2\theta'}$. Puis, enfin, le centre de gravité o de ces deux points $\underline{o^1}$ et $\underline{o^2}$, sur o X, sera bien celui des points m et des points $\underline{n}$.

Un second plan parallèle au précédent nous donnera de même un autre point o', et la droite qui joindra ces deux points o et o', contiendra évidemment tous les points o qui seraient déterminés ainsi par une suite de plans parallèles et par conséquent le point cherché.

Par cette droite des points o, faisons passer un plan coupant les droites données, et agissant dans ce plan, comme ci-dessus, on déterminera le point o de ce plan qui sera nécessairement sur la droite précédente. Ce sera le point cherché.

5e Problème. — De divers points A, B, C, de l'espace, on observe un point o. Déterminer la position la plus probable de ce point.

Si $\underline{oa}$, $\underline{ob}$, $\underline{oc}$, sont les perpendiculaires abaissées du point o cherché sur les directions trou-

vées, les erreurs des observations seront les petits angles aAo, bBo, cCo. Désignons par d, d', d'', les distances approximatives et suffisantes des divers points A, B, C, au point o, on aura

$$\sin aAo = \frac{\overline{ao}}{d}, \sin bBo = \frac{\overline{bo}}{d'}, \sin cCo = \frac{\overline{co}}{d''} \ldots.$$

donc le problème consistera à trouver le point O tel que

$$\Sigma \left(\frac{ao}{d}\right)$$

soit un minimum : problème qui se résoudra, comme le précédent, en changeant seulement le poids des points.

6e Problème. — On a une suite de plans dans l'espace. On demande de trouver le point O tel que la somme des carrés des perpendiculaires abaissées de ce point sur chacun de ces plans soit un minimum; — ou bien que la somme de

ces carrés multipliés chacun par une constante, soit un minimum.

Ces problèmes se résoudront évidemment par les mêmes méthodes.

APPLICATION AUX OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES.

Dans l'établissement d'un canevas géodésique, lorsque les angles ont été observés, les calculs des triangles définitifs devraient, en toute rigueur, être tels :

1° Que les côtés communs fussent égaux dans les triangles contigus;

2° Que la somme des triangles observés, autour d'une même station, soit égale à quatre angles droits;

3° Que, dans chaque triangle, la somme des trois angles fût égale à deux droits, plus l'excès sphérique;

4° Enfin que la somme des carrés des corrections que l'on a fait subir aux angles observés pour satisfaire aux conditions précédentes fût un minimum.

Le nombre des triangles dont se compose le canevas géodésique d'une carte est beaucoup trop considérable pour que le principe des moindres carrés leur soit applicable dans leur ensemble, et l'on peut tout au plus y recourir dans la formation d'un réseau très-restreint exigeant une exactitude exceptionnelle, tel, par exemple, que le système des triangles qui servent à passer, *par des accroissements successifs*, d'une base mesurée à un premier côté ayant la longueur normale. Voici comment on opère dans les cas ordinaires : On assujettit d'abord les angles horizontaux, observés à la même station, à satisfaire à la condition de former quatre droits (lorsque le tour d'horizon est fermé), puis, avec les nouveaux angles, on forme dans chaque triangle les angles sphériques en répartissant également les erreurs; enfin, on calcule les triangles successifs conformément au théorème de Legendre, et l'on adopte définitivement pour longueur des côtés géodésiques la moyenne *arithmétique* entre les deux ou trois valeurs obtenues

pour un même côté, et c'est avec cette moyenne que l'on continue le cheminement et que l'on calcule les coordonnées géographiques.

Il en résulte pour les triangles définitifs (en exceptant toutefois ceux qui forment une chaîne dans laquelle les points successifs sont déterminés par un seul triangle) :

1° Que les angles dont se compose un tour d'horizon ont cessé de former une somme équivalente à quatre droits, par suite des corrections subséquentes que l'on a fait subir à ces angles;

2° Que les longueurs moyennes adoptées pour les côtés d'un même triangle ne correspondent point aux angles définitifs inscrits;

3° Que les triangles qui seraient formés, soit avec ces côtés, soit avec les angles définitifs et la base, ne pourraient couvrir sans disjonction ou superposition la portion du sphéroïde levée;

4° Que, hors le cas exceptionnel dans lequel les angles d'intersection seraient égaux, et les distances d'où les observations ont été faites seraient les mêmes, la moyenne arithmétique adoptée ne répond en rien à la question que l'on doit se proposer, à savoir d'obtenir la valeur

la plus probable de la longueur de chacun des côtés ;

5° Que l'on est conduit à rejeter, dans les calculs, des intersections trop aiguës qui cependant devraient apporter, *dans une certaine mesure*, leur cote-part à la détermination de la position des points observés ;

6° Enfin, qu'il n'y a pas identité dans les valeurs des positions géographiques d'un même point obtenu au moyen des longueurs et des azimuths des côtés géodésiques appartenant à des triangles différents.

Les erreurs qui peuvent résulter de cette marche sont assez faibles pour qu'on puisse les négliger dans le plus grand nombre des cas, néanmoins, les auteurs du présent mémoire pensent que, dans les opérations géodésiques précises, il y a un avantage réel à satisfaire, du moins partiellement, puisqu'on ne le peut dans l'ensemble, aux conditions primitivement énoncées. Toutefois, la série des calculs qu'il faut exécuter pour rendre *minimum* la somme des carrés des erreurs étant considérable, alors même qu'elles ne s'appliquent qu'à un nombre restreint de triangles, ils proposent d'y substituer, surtout lorsque le point observé est recoupé par

plusieurs directions, une méthode graphique basée sur les problèmes résolus dans la première partie de ce mémoire, méthode plus rapide et qui conduit au même résultat.

Cette méthode consiste :

1° A adopter dans le calcul des triangles un ordre tel que, lorsqu'un point a été déterminé, on n'ait plus à y revenir, c'est-à-dire que les angles et les côtés qui ont servi à cette détermination soient regardés comme définitifs;

2° A admettre que, dans chaque triangle, la détermination du sommet résulte de la connaissance la plus parfaite possible des deux angles adjacents à la base, et par conséquent à faire porter uniquement sur les angles des bases la condition que la somme des carrés des erreurs soit un minimum; l'angle au sommet, lorsqu'il a été observé, n'étant qu'un moyen de vérification et l'amélioration préalable des angles de la base.

Si les angles à la base ont été seuls observés, en chaque station on répartit également entre tous les angles la correction qui rend le tour d'horizon exact, puis la méthode devient immédiatement applicable.

Si les angles au sommet ont été observés avec le même soin que les angles adjacents aux bases, on commencera par améliorer ceux-ci par la double condition que les tours d'horizon soient satisfaits et que, dans chaque triangle, la somme des trois angles forme deux droits, plus l'excès sphérique. Ce calcul pourra se faire facilement au moyen de formules déduites du principe des moindres carrés (on trouvera plus loin les formules à employer pour trois et pour quatre directions). Enfin, on appliquera la méthode proposée, qui a pour but de faire passer toutes les directions par un point unique;

3° A calculer les triangles par le théorème de Legendre;

4° A tracer, *à une échelle suffisamment grande*, les intersections de toutes ces directions qui devraient passer par le point observé, mais qui n'y passent pas en réalité, par suite des erreurs d'observation. Les éléments de ce tracé sont fournis par les angles au sommet dans les triangles calculés, et par les *différences* que l'on a trouvées pour les longueurs des mêmes côtés obtenues par différents triangles;

5° A déterminer sur la figure ainsi construite,

et ainsi qu'il a été indiqué dans le premier problème, le point jouissant de la propriété de rendre minimum la somme des carrés des erreurs des angles de direction;

6° Enfin, à former les triangles définitifs en faisant subir aux angles et aux côtés des triangles calculés les corrections propres à ramener toutes les directions à passer par le point ainsi déterminé.

Le problème résolu pour un point de l'espace servirait à trouver la position la plus probable d'un phénomène atmosphérique observé simultanément de plusieurs stations. Toutefois, la construction deviendrait extrêmement laborieuse pour ce cas général.

Soient (fig. 4) α, β, γ, α', β', γ', les erreurs les plus probables à déterminer dans le cas de trois directions.

Elles devront satisfaire à la condition

$$\alpha^2+\beta'+\gamma^2+\alpha'^2+\beta'^2+\gamma'^2 = \text{minimum} \quad (1)$$

Si ces erreurs étaient indépendantes, on égalerait à zéro les coëfficients différentiels pris par rapport à chacune d'elles, ce qui donnerait autant d'équations que d'inconnues. Mais ces

erreurs étant reliées par des équations de condition, l'équation différentielle du minimum s'écrira

$$\alpha.d\alpha+\beta.d\beta+\gamma.d\gamma.\alpha'd\alpha'+\beta'.d\beta'+\gamma'.d\gamma'=0 \quad (2).$$

Les équations de conditions fournies par les triangles et les tours d'horizon sont :

$$\alpha+\beta+\gamma=A. \quad \alpha'+\beta'+\gamma'=A' \quad \beta+\beta'=B \quad (3)$$

d'où

$$d\alpha+d\beta+d\gamma=0 \quad d\alpha'+d\beta'+d\gamma'=0 \quad d\beta\times d\beta'=0 \quad (4)$$

Si on multiplie respectivement ces dernières équations (4) par les coëfficients indéterminés K, K', K'', qu'on les ajoute, et qu'on écrive l'égalité entre les coëfficients respectifs de $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ dans cette équation et dans l'équation différentielle du minimum (2), on obtiendra autant d'équations que d'inconnues propres à déterminer celles-ci ; ces équations seront :

$$\alpha=K,\ \beta=K+K'',\ \gamma=K,\ \alpha'=K',\ \beta'=K'+K'',\ \gamma'=K' \quad (5)$$

Pour déterminer les coëfficients K, K', K'', on substituera les valeurs ci-dessus (5) dans les équations de condition (3) ; d'où

$$3K+K''=A,\ 3K'+K''=A',\ K+K'+2K''=B$$

$$K=\tfrac{5}{12}A+\tfrac{1}{12}A'-\tfrac{1}{4}B,\quad K'=\tfrac{1}{12}A+\tfrac{5}{12}A'-\tfrac{1}{4}B,$$

$$K''=\tfrac{3}{4}B-\tfrac{1}{4}A-\tfrac{1}{4}A'$$

et par suite

$$\alpha = \frac{5}{12}A + \frac{1}{12}A' - \frac{1}{4}B, \quad \beta = \frac{1}{6}A - \frac{1}{6}A' + \frac{1}{2}B$$
$$\alpha' = \frac{1}{12}A + \frac{5}{12}A' - \frac{1}{4}B, \quad \beta' = -\frac{1}{6}A + \frac{1}{6}A' + \frac{1}{2}B'$$

$$\gamma = \frac{5}{12}A + \frac{1}{12}A' - \frac{1}{4}B$$
$$\gamma' = \frac{1}{12}A + \frac{5}{12}A' - \frac{1}{4}B$$

Ces valeurs vérifient les équations de condition (3) et satisfont en même temps à l'équation (1) du minimum.

Pour un point déterminé par quatre directions, on trouverait (fig. 5)

$$\alpha = \frac{19}{45}A - \frac{1}{45}A' + \frac{1}{9}A'' - \frac{4}{15}B - \frac{1}{15}B'$$
$$\beta = \frac{7}{45}A - \frac{2}{45}A' - \frac{2}{9}A'' + \frac{8}{15}B + \frac{2}{15}B'$$
$$\gamma = \frac{19}{45}A + \frac{1}{45}A' + \frac{1}{9}A'' - \frac{4}{15}B - \frac{1}{15}B'$$
$$\alpha' = \frac{1}{45}A + \frac{19}{45}A' + \frac{1}{9}A'' - \frac{1}{15}B - \frac{4}{15}B'$$
$$\beta' = -\frac{2}{45}A + \frac{7}{45}A' - \frac{2}{9}A'' + \frac{2}{15}B + \frac{8}{15}B'$$
$$\gamma' = \frac{1}{45}A + \frac{19}{45}A' + \frac{1}{9}A'' - \frac{4}{15}R - \frac{4}{15}B'$$
$$\alpha'' = -\frac{7}{45}A + \frac{2}{45}A' + \frac{2}{9}A'' + \frac{7}{15}B - \frac{2}{15}B'$$
$$\beta'' = \frac{2}{45}A - \frac{7}{45}A' + \frac{4}{9}A'' - \frac{2}{45}B + \frac{7}{15}B'$$
$$\gamma'' = \frac{4}{9}A + \frac{4}{9}A' + \frac{5}{9}A'' - \frac{1}{3}B - \frac{1}{3}B'$$

valeurs qui seraient soustraites des angles observés.

FIN.

Argenteuil. — Typ. Worms et Cie.

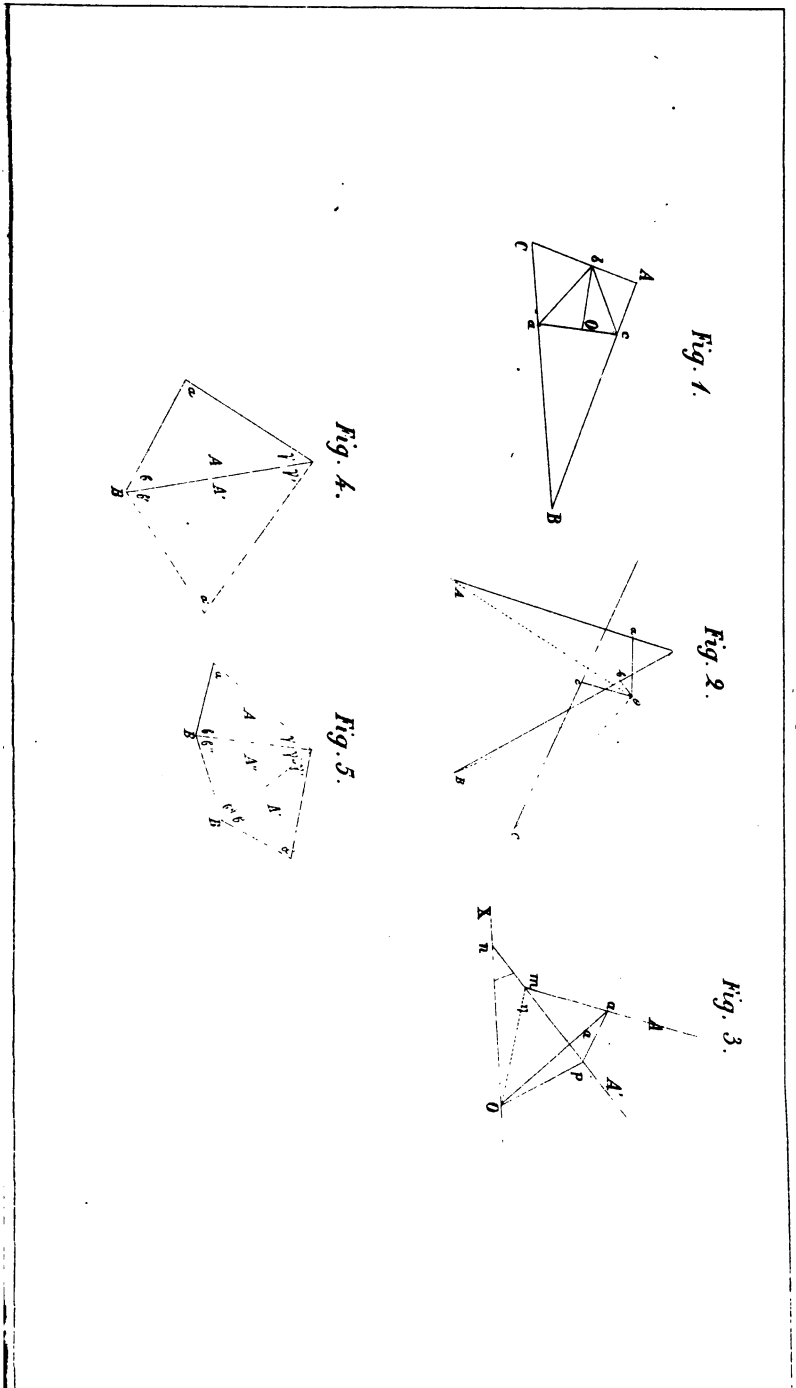
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

LIBRAIRIE DE LEIBER

Rue de Seine, 13, à Paris.

NOUVELLES PUBLICATIONS.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE DES SÉRIES

PAR

M. E. CATALAN,

Ancien élève de l'Ecole polytechnique, docteur ès sciences,
Agrégé de l'Université, etc.

Un volume in-8. 1860. — Prix, 5 francs.

Nous ne croyons pouvoir mieux appeler l'attention sur l'importance de cet ouvrage qu'en donnant l'extrait suivant de l'*Avant-Propos :*

« .....Mon unique désir étant d'être utile aux jeunes gens peu familiarisés avec l'analyse infinitésimale, en leur rendant accessible l'une des théories les plus fécondes et les plus délicates des mathématiques, j'ai dû passer sous silence tout ce qui suppose, chez le lecteur, une connaissance assez approfondie du calcul différentiel et du calcul intégral ; par exemple, les *Séries* de Lagrange, d'Euler, de Fourier ; les travaux dans lesquels Legendre, Poisson, Binet, Cauchy, Dirichlet, Malmstein et tant d'autres géomètres ont appliqué les intégrales définies à la sommation des séries, etc.

« ..... On s'assurera aisément, en parcourant cet opuscule, qu'il renferme beaucoup plus de choses qu'on ne serait, au premier abord, tenté de le croire..... »

THÉORIE GÉNÉRALE

DE

L'ÉLIMINATION

PAR

M. le chevalier Fr. FAA DE BRUNO,

Docteur ès sciences de la Faculté de Paris, professeur à l'université de Turin, etc.

Un volume in-8. 1859.—Prix, 7 fr. 50.

Cet ouvrage résume sous une forme méthodique tous les travaux d'Euler, de Bezout, de Cauchy, de Jacobi, de Borchardt, de Cayley, etc., qui ont été publiés jusqu'à ce jour sur l'élimination. L'auteur traite, dans une première partie, de l'élimination entre deux équations à une variable ; dans une seconde, de l'élimination entre trois équations à deux variables ; dans la troisième, de l'élimination entre un nombre quelconque d'équations à plusieurs variables.

EXERCICES

D'ANALYSE NUMÉRIQUE

EXTRAITS, COMMENTAIRES ET RECHERCHES

RELATIFS A L'ANALYSE INDÉTERMINÉE ET A LA THÉORIE DES NOMBRES,

PAR

M. V.-A. LE BESGUE,

Professeur honoraire de la Faculté des sciences de Bordeaux,
Membre correspondant de l'Institut.

Un volume in-8. 1859. — Prix, 3 francs.

THÉORIE NOUVELLE

GÉOMÉTRIQUE ET MÉCANIQUE

DES LIGNES A DOUBLE COURBURE

PAR

M. PAUL SERRET,

Docteur ès sciences, professeur de mathématiques.

Un volume in-8. 1860. — Prix, 8 francs.

ANNUAIRE DU COSMOS

Deuxième année, 1860.

Un volume in-18, avec la carte de l'Éclipse de Soleil du 18 juillet.
Prix, 2 francs.

Cet annuaire, à la rédaction duquel plusieurs savants du plus haut mérite apportent leur concours, a reçu dès la première année l'accueil le plus flatteur et le plus encourageant. C'est qu'aussi il a pour but non-seulement de fournir des nombres pratiquement utiles, des renseignements usuels dans les diverses circonstances de la vie, mais aussi de donner des éclaircissements et des notices sur les questions scientifiques à l'ordre du jour, et de rendre ainsi accessibles au lecteur les questions qui lui sont étrangères.

CARTE DE LA LUNE

PAR

MM. LECOUTURIER ET CHAPUIS.

Belle planche gravée sur acier de 61 centimètres sur 50, avec une Notice descriptive. 4 fr.

La même, imprimée en bleu. 5 fr.

La Notice sous le titre : LA LUNE, *Description et Topographie*, se vend séparément. 1 fr.

EXTRAIT DU CATALOGUE

DE LA LIBRAIRIE LEIBER

RUE DE SEINE, N° 13, A PARIS.

MATHÉMATIQUES.

N. B. Les ouvrages portés sur cette Notice sont envoyés *franco* sans augmentation de prix, dans toute la France, contre la réception d'un mandat sur la poste ou à vue sur Paris. Tous les ouvrages non portés sur cette notice sont fournis aux mêmes conditions.

ABEL (N.-H.). **Œuvres complètes**, rédigées par *R. Holmboe*. Christiania, 1839. 2 vol. in-4. 70 fr.

ARNAUDEAU, ingénieur civil, ancien élève de l'École polytechnique. Conférences sur les principales **Difficultés des mathématiques élémentaires**, suivies d'une Instruction sur les règles à calcul. Br. in-4, avec fig. dans le texte. 60 c.

BERGERY. **Géométrie des courbes** appliquée aux arts, 2e édit. 1843. 1 vol. in-8, avec pl. 6 fr.

— **Mécanique** des écoles primaires. 8e édit. 1 vol. in-12, avec pl. 1 fr. 50

— **Astronomie élémentaire**, ou Description géométrique de l'univers. 2e édit. 1 vol. in-8, avec pl. 1 fr. 50

— **Dessin linéaire à vue** pour les écoles primaires. In-folio, 50 pl. avec texte. 3 fr.

— Description et usage de l'**Équerre à miroirs**, du niveau à miroir et du voyant à coulisse. Br. in-8, avec pl. 60 c.

BEZÉNAC. Nouvelle **Arithmétique raisonnée**, mise en dialogues, suivie d'une Arithmétique politique et des premières notions de Tenue des livres. 1840. 1 vol. in-8. 3 fr.

BEZOUT. **Arithmétique**, suivie des Principes fondamentaux de l'arithmétique, de toutes les règles nécessaires au commerce et à la banque, par *Peyrard*. In-8. 1 fr. 50

BINET, membre de l'Institut. Mémoire sur les **Intégrales définies eulériennes**, et sur leur application à la théorie des suites, ainsi qu'à l'évaluation des fonctions des grands nombres. 1840. In-4. 5 fr.

— Mémoire sur la **Détermination des orbites des planètes et des comètes**. 1827. Br. in-4, avec pl. 2 fr. 50

— Mémoire sur l'**Intégration des équations linéaires** aux différences finies à une seule variable, d'un ordre quelconque, et à coefficients variables. 1844. In-4. 4 fr.

— **Réflexions sur le problème** de déterminer le nombre de manières dont une figure rectiligne peut être partagée en triangles au moyen de ses diagonales. 1838. Br. in-4. 1 fr.

— Mémoire sur les **Inégalités séculaires des éléments des planètes**. 1840. Br. in-4. 1 fr. 50

BINET. Recherches sur la **Théorie des nombres entiers**, et sur la résolution de l'équation indéterminée du premier degré qui n'admet que des solutions entières. 1841. Br. in-4. 2 fr. 50

— Mémoire sur la formation d'une classe très-étendue d'**Équations réciproques**, renfermant un nombre quelconque de variables; applications diverses de ces relations, particulièrement à l'intégration des équations différentielles élevées du premier ordre à un nombre quelconque de variables, qui ne satisfont pas aux conditions d'intégrabilité. 1843. Br. in-4. 75 c.

— Mémoire sur l'intégration des **Équations linéaires** aux différences finies, d'un ordre quelconque, à coefficients variables. 1843. In-4. 75 c.

— Recherches sur une question de l'**Analyse des probabilités**, relative à une série d'épreuves à chances variables, et qui exige la détermination du terme principal du développement d'une factorielle formée d'un grand nombre de facteurs. 1844. Br. in-4. 75 c.

— Note sur la détermination de l'**Intégrale eulérienne**, binôme $\int_0^1 x^{p-1} dx (1-x)^{q-1}$, dans le cas où l'un des arguments p ou q est un nombre rationnel. 1843. In-4. 50 c.

— Note sur l'**Intégration d'un système d'équations** différentielles du second ordre, entre un nombre quelconque de variables analogues à celles du mouvement d'un point libre autour d'un centre fixe, sollicité par une force fonction de la distance au centre. In-4. 75 c.

— Mémoire sur les **Intégrales eulériennes** et sur leur application à la théorie des suites et à l'évaluation des fonctions des grands nombres. 1839. In-4. 75 c.

— Note sur une nouvelle **Méthode pour trouver le plus grand commun diviseur** des nombres entiers, ou des polynômes algébriques, et sur l'application de cette méthode aux congruences du premier degré. 1841. In-4. 50 c.

— Observations sur des **Théorèmes de géométrie**. In-4. 50 c.

— Note sur l'**Expression du logarithme de l'intégrale eulérienne** (p). 1839. In-4. 75 c.

— Note sur les **Inégalités séculaires des éléments des orbites planétaires**. 1840. In-4. 50 c.

BOBILIER, professeur de mécanique aux Ecoles des arts et métiers de Châlons et d'Angers. **Principes d'algèbre.** 3e édit. 1849. 1 vol. in-8. 3 fr. 50

— **Cours de géométrie**. 10e édit. 1850. 1 vol. in-8 avec fig. 6 fr. 50

Ces deux ouvrages sont adoptés pour les écoles d'arts et métiers.

BRUNO (Fr. Faa de), docteur ès sciences, professeur à l'université de Turin. **Théorie générale de l'Elimination**. 1859. 1 vol. in-8. 7 fr. 50

— **Sulle funzioni isobariche nota**. Roma. 1856. In-8. 75 c.

CASSANAC (Eug.). **Traité d'arithmétique** rédigé conformément aux programmes officiels du gouvernement. 1858. 1 vol. in-8. 4 fr.

CHASLES, membre de l'Institut. **Diverses solutions** de la question de mathématiques élémentaires proposée au concours général en 1851. Br. in-8. 75 c.

D'AIGUIÈRES (Ch.). **Tables sans fin** donnant les résultats de la multiplication, de la division et de l'extraction des racines carrées et cubiques de tous les nombres imaginables. 1859. 1 vol. in-4, cart. 8 fr. 50

DESNANOT, ancien recteur, docteur ès sciences. Exposition des premiers principes de l'**Equilibre et** du **mouvement**, pour servir d'introduction à la mécanique industrielle. Ouvrage mis à la portée de toutes les écoles où l'on enseigne l'arithmétique complète et les premières notions de géométrie. 1852. 1 vol. in-12, pl. 2 fr. 50

DOSTOR, professeur de mathématiques. Mémoire sur une méthode nouvelle de **Transformation des coordonnées** dans le plan et dans l'espace, avec application aux lignes et surfaces des deux premiers degrés. 1856. In-8. 2 fr. 50

EISENSTEIN. **Mathematische Abhandlungen** besonders aus dem Gebiete der hœheren Arithmetik und elliptischen Functionen; mit einer Vorrede von GAUSS. 1847. 1 vol. in-4. 16 fr.

ENCKE (J.-F.). **Nouvelle méthode pour calculer les perturbations des planètes**, traduite et annotée par MM. TERQUEM et LAFON. 1858. Br. in-8. 2 fr. 50.

EULER (Leonh.). Institutiones **Calculi integralis**. 1824-45. 4 vol. in-4. 50 fr.

Le tome IV, contenant les suppléments, se vend séparément. 12 fr.

Et les autres ouvrages de cet auteur.

FAA DE BRUNO. Voyez BRUNO.

FORTOUL (L'abbé J.-C.). **Sur les oscillations d'un mobile** sollicité par plusieurs centres d'attraction fixes. — Sur les figures d'équilibre des liquides planétaires. Thèses pour le doctorat. 1859. In-4. 4 fr.

GIRARDON, professeur à l'Ecole des beaux-arts à Lyon. **Cours élémentaire de perspective linéaire**, à l'usage des écoles des beaux-arts et de dessin, des architectes, etc. 1850. 2 vol. in-8, dont un de planches. 6 fr.

GIRAULT, professeur à la Faculté des sciences de Caen. **Éléments de géométrie** appliquée à la transformation du mouvement dans les machines. 1858. 1 vol. in-8, avec fig. dans le texte. 5 fr.

— Note sur les solutions singulières des **Équations différentielles**. 1854. Br. in-8. 1 fr. 25

GUY, sous-directeur de l'Ecole des arts et métiers de Châlons. **Instruction sur la règle à calcul.** 4e édit. 1858. In-12, avec fig. 75 c.

— **La règle à calcul, en buis.** 6 fr.

Cette instruction fait connaître des méthodes simples, uniformes, applicables aux nombres entiers et décimaux et dans toutes les opérations usuelles; l'auteur les enseigne depuis plusieurs années à l'Ecole des arts et métiers, et elles font acquérir aux élèves une prompte habitude de l'instrument. Aussi, les trois premières éditions ont-elles été épuisées en peu de temps. Cette quatrième édition a été augmentée de formules usuelles de géométrie et de mécanique.

GUYOT. Nouvelles **Récréations physiques** et mathématiques. 2e édit. 1799. 3 vol. in-8, fig. 8 fr. 50

HAAN (BIERENS DE). **Tables d'intégrales définies.** Publiées par l'Académie d'Amsterdam. 1 fort vol. in-4. 40 fr.

C'est la première fois qu'un travail aussi important est publié. Aussi le recommandons-nous d'une manière toute spéciale à l'attention des mathématiciens et des ingénieurs.

— **Réduction des intégrales définies générales**

$$\int_0^\infty F(x)\frac{\cos. px\,dx}{q^2+n^2},\quad \int_0^\infty F(x)\frac{\sin. px\,dx}{q^2+x^2},$$

et application de ces formules au cas où $F(x)$ a un facteur de la forme $\sin.^n$ ou $\cos.^n x$. 1858. In-4. 8 fr.

— **Notes sur une méthode pour la Réduction d'intégrales définies** et sur son application à quelques formules spéciales. 1855. In-4. 4 fr. 50

JACOBI. **Mathematische Werke.** Berlin. 1846-51. 2 vol. in-4. 32 fr.

— **Fundamenta nova theoriæ functionum ellipticarum.** Kœnigsberg. 1829. In-4. 12 fr.

LANDRY (F.), licencié ès sciences mathématiques. **Table des nombres premiers** de 1 à 10,000. 1855. In-18. 75 c.

— **Tables des nombres entiers** non divisibles par 2, 3, 5 et 7, jusqu'à 10,201, avec leurs diviseurs simples en regard, et des carrés des 1,000 premiers nombres. 1855. In-18. 1 fr. 25

— **Mémoires sur la théorie des nombres.** 1853-56. Six br. in-4. 6 fr.

LE BESGUE, professeur honoraire de la Faculté des sciences de Bordeaux, membre correspondant de l'Institut. **Exercices d'analyse numérique.** Extraits, commentaires et recherches relatifs à l'analyse indéterminée et à la théorie des nombres. 1859. 1 vol. in-8. 3 fr.

LEROYER, chef d'institution. **Manuel des aspirants à l'Ecole centrale des arts et manufactures.**

1re partie : **Trigonométrie**, 1857. In-8. 2 fr.

2e partie : **Géométrie analytique. Notions de calcul différentiel et de calcul intégral.** 1860. In-8. 4 fr.

LOBATTO. Mémoire sur l'**intégration des équations linéaires** du premier ordre aux différentielles partielles à quatre variables. 1854. In-4 cartonné. 3 fr. 50

LOBATTO. **Manuel d'Arithmétique**. Cours complet avec un grand nombre d'applications, une table des logarithmes des 1,000 premiers nombres étendus à 8 décimales, et les notions de l'algèbre les plus nécessaires à la résolution des problèmes; à l'usage des écoles de la Société de Marie. 1 vol. in-12, cartonné. 1 fr. 50

— **Abrégé** du même, contenant plus de 600 problèmes. In-12 cartonné. 90 c.

MEIER, docteur ès sciences. Exposé d'un principe concernant l'**Intersection des surfaces**, avec application à la recherche des propriétés des surfaces du second ordre. Br. in-4, pl. 4 fr.

— Note sur l'espèce générale et les variétés remarquables de la **Trajectoire** d'une molécule d'éther lumineux. Br. in-8. 75 c.

MEYER, professeur à l'université de Liége. Exposé élémentaire de la **Théorie des intégrales définies**. 1851. 1 vol. in-8. 10 fr.

— Manuel d'un cours de **Calcul différentiel**. 1855. 1 vol. in-8. 9 fr.

— Essai sur une exposition nouvelle de la théorie analytique des **Probabilités à posteriori**. 1857. In-4. 6 fr.

— Nouveaux **Eléments de Goniométrie**. 1854. In-8. 2 fr. 50

— Nouveaux **Eléments du calcul des variations**. 1856. In-8. 4 fr.

POINSOT, membre de l'Institut. Réflexions sur les principes fondamentaux de la **Théorie des nombres**. 1845. In-4. 6 fr.

— Questions dynamiques. **Sur la percussion des corps**. 1857. In-4. 4 fr.

— **Théorie des cônes circulaires roulants**. 1853. In-4. 3 fr.

— Le même. In-8. 1 fr. 50

— **Note sur la théorie des Polyèdres**. 1858. Br. in-4. 1 fr. 50

— Précession des équinoxes. 1857. In-8. 3 fr.

— Rapport sur un mémoire de M. **Duhamel** relatif à la **Méthode des tangentes de Roberval**. Br. in-4. 1 fr.

PRONY (Baron DE). **Instruction élémentaire et pratique sur l'usage des tables de logarithmes**. In-18 br. 75 c.

QUÉTELET, secrétaire perpétuel de l'Académie de Bruxelles. Lettres sur la **Théorie des probabilités**, appliquée aux sciences morales et politiques. 1846. 1 vol. gr. in-8. 9 fr.

ROCHE (Ed.), professeur à la Faculté des sciences à Montpellier. Mémoire sur le mouvement du **Périgée lunaire** et la théorie du pendule conique, 1856. Br. in-4. 2 fr.

— Note sur la variation de la **Pesanteur de l'intérieur de la terre**. 1855. Br. in-4, avec 1 pl. 2 fr. 50

— Mémoire sur la figure des **Atmosphères des corps célestes**. 1854. Br. in-4, avec 2 pl. 3 fr. 50

— Note sur la formule de Taylor. Br. in-4. 1 fr.

ROCHE (Ed.). Note sur la **Distribution de l'électricité** à la surface des corps sphériques. 1852. Br. in-4. 1 fr. 50

— **Mémoires sur divers points d'astronomie** : Méthode pour calculer les éclipses de soleil. — Mémoire sur la loi de la densité à l'intérieur de la terre. — Sur la figure de la terre, etc. 1848. Br. in-4. 3 fr.

ROUCHÉ, professeur au lycée Charlemagne. **Sur l'intégration des équations différentielles linéaires.** 1859. Br. in4. 2 fr.

— **Mémoire sur les intégrales communes à plusieurs problèmes de mécanique** relatifs au mouvement d'un point sur une surface. 1858. Br. in-4. 3 fr.

— **Mémoire sur le développement des fonctions en séries** ordonnées suivant les dénominateurs des réduites d'une fraction continue. 1858. Br. in-4. 3 fr.

— **Sur les fonctions X_n de Legendre.** 1858. In-4. 1 fr.

— **Note sur la théorie de la décomposition des fractions rationnelles.** 1858. In-4. 75 c.

SAINT-VENANT (De), ingénieur en chef des ponts et chaussées. Mémoire sur la **Résistance des solides,** suivi de deux notes sur la flexion des pièces à double courbure. 1844. In-4. 1 fr. 50

SERRET (Paul), professeur de mathématiques. **Des méthodes en géométrie.** 1855. In-8 avec fig. dans le texte. 6 fr.

SIMON (Ch.), docteur ès sciences, professeur au lycée d'Alger. **Leçons élémentaires d'astronomie.** 1 vol. in-8 avec planches. 1858. 7 fr. 50

Cet ouvrage a pour objet de servir à la fois de complément aux traités de cosmographie purement descriptive, et d'introduction aux ouvrages d'astronomie qui sont souvent difficiles à lire.

TIMMERMANS (A.), membre de l'Académie des sciences de Belgique, professeur à la Faculté des sciences de Gand. Traité de **Calcul différentiel et de calcul intégral.** 2e édition. 1860. 1 vol. in-8. Pl. 10 fr.

— Traité de **Mécanique rationnelle.** 1856. 1 vol. in-8, avec pl. 9 fr.

VERHULST. Traité élémentaire des **Fonctions elliptiques,** ouvrage destiné à faire suite aux Traités élémentaires de calcul intégral. Bruxelles, 1840. 1 vol. in-8. 8 fr.

— **Leçon d'arithmétique** dédiée aux candidats aux écoles spéciales, sur la multiplication abrégée (avec la mesure de l'erreur) ; le nombre de chiffres du quotient dans la division ; la division ordonnée de M. Fourier ; la division abrégée de M. Guy ; l'extraction de la racine cubique, etc. 1847. Br. in-12. 1 fr. 50

Paris. — Typographie Hennuyer, rue du Boulevard des Batignolles, 7.